

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică  $M_{\text{șt-nat}}$

BAREM DE EVALUARE SI DE NOTARE

Simulare

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$3i(4-i) + 4(1-3i) = 12i - 3i^2 + 4 - 12i =$ $= -3(-1) + 4 = 7$	2p 3p
2.	$f_{\min} = -\frac{\Delta}{4a} \Rightarrow -\frac{4+4m^2}{4} = -5$ $-1-m^2 = -5 \Rightarrow m^2 = 4 \Rightarrow m = \pm 2$	3p 2p
3.	$2^{x^2-1} = t, t > 0 \Rightarrow t + \frac{1}{t} = 2 \Rightarrow t^2 - 2t + 1 = 0 \Rightarrow (t-1)^2 = 0 \Rightarrow t = 1$ $2^{x^2-1} = 1 \Rightarrow x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x \in \{\pm 1\}$	3p 2p
4.	Avem în total $5!$ numere de 5 cifre, din care scădem $4!$ numere care au prima cifra 0 $\Rightarrow 5! - 4! = 4! \cdot 4 = 24 \cdot 4 = 96$ numere	3p 2p
5.	Impunem condițiile ca: $x_A + x_C = x_B + x_D$ și $y_A + y_C = y_B + y_D$ $\Rightarrow x_D = 0, y_D = 1 \Rightarrow D(0,1)$	3p 2p
6.	$\sin^2 A + \cos^2 A = 1 \Rightarrow \sin^2 A = 1 - \cos^2 A = 1 - \frac{144}{169} = \frac{25}{169} \Rightarrow \sin A = \frac{5}{13}$ Din teorema sinusurilor $\frac{a}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{a}{2 \sin A} \Rightarrow R = \frac{13}{2}$	3p 2p

SUBIECTUL II

(30 de puncte)

1.a)	$M \cdot N = \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 16 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 80 \end{pmatrix}$ $N \cdot M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 80 \end{pmatrix}$ , deci $M \cdot N = N \cdot M$	2p 3p
b)	$\det N = 5, \det M = 144$ $M - N = \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \det(M - N) = 88$ , iar $\det N - \det M = -139$ , de unde obținem $\det N - \det M < \det(M - N)$	2p 3p
c)	$P^2 = \begin{pmatrix} x^2 & 0 \\ 0 & y^2 \end{pmatrix}$	2p

	$\begin{pmatrix} x^2 & 0 \\ 0 & y^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 16 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 9 \\ y^2 = 16 \end{cases}, \text{ de unde obținem } x \in \{-3, 3\} \text{ și } y \in \{-4, 4\}. \text{ Deci sunt 4}$ matrice $P$ care verifică cerințele	3p
2.a)	$x * x = 2 \Rightarrow -x^2 + 2x + 2x - 2 = 2$ $x^2 - 4x + 4 = 0$ , de unde obținem $x = 2$ , care convine.	2p 3p
b)	Din $x * m = m \Rightarrow -xm + 2x + 2m - 2 = m \Rightarrow (2 - m)(x - 1) = 0$ . Cum $x$ este număr real arbitrar, rezultă că $2 - m = 0$ , adică $m = 2$ Se verifică $2 * x = 2$ , deci $m = 2$	3p 2p
c)	Un element al compunerii este $\frac{2026}{1013} = 2$ Compunerea devine $x * 2 * y$ , iar din $x * 2 = 2 * x = 2$ pentru orice număr real $x$ , se obține $(x * 2) * y = 2 * y = 2$ , știind că legea „ $*$ ” este asociativă.	2p 3p

**SUBIECTUL III**

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{2x+1}{x^2+x} - 2 =$ $= \frac{2x+1-2x^2-2x}{x^2+x} = \frac{1-2x^2}{x^2+x}, x > 0.$	3p 2p
b)	$m_d = 2 \Rightarrow f'(x_0) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow -3x_0^2 + x_0 + 2 = 0$ Cum $x > 0 \Rightarrow$ coordonatele punctului sunt $x_0 = 1$ și $y_0 = \ln 2 - 2$ .	3p 2p
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - 2x^2 = 0$ și cum $x > 0 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ; $f$ este strict crescătoare pe $\left(0, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ și strict descrescătoare pe $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty\right)$ și $f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \ln\left(\frac{1+\sqrt{2}}{2}\right) - \sqrt{2}$ ; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left( \frac{\ln(x^2+x)}{x} - 2 \right)$ și $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x^2+x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{2x+1}{x^2+x}}{1} = 0$ , deci $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ și cum $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = -\infty$ și $f$ este continuă pe $(0, +\infty) \Rightarrow \text{Im } f = \left(-\infty, \ln\left(\frac{1+\sqrt{2}}{2}\right) - \sqrt{2}\right]$ .	2p 3p
2.a)	$\int e^{x^2} f(x) dx = \int e^{x^2} \cdot (xe^{-x^2}) dx = \int x dx =$ $= \frac{x^2}{2} + C.$	3p 2p
b)	$F$ este o primitivă a funcției $f \Rightarrow F'(x) = f(x)$ , pentru orice $x \in \mathbb{R}$ ; $F$ este concavă pe $[1, +\infty) \Leftrightarrow F''(x) < 0$ pe $[1, +\infty)$ . $F''(x) = f'(x) = e^{-x^2} (1 - 2x^2) < 0$ pe $[1, +\infty) \Rightarrow F$ este concavă pe $[1, +\infty)$ .	2p 3p

c)	$\int g(x)dx = \int xe^x dx - \int xe^{-x^2} dx = \int x(e^x)' dx + \frac{1}{2} \int (e^{-x^2})' dx = e^x(x-1) + \frac{1}{2}e^{-x^2} + C \Rightarrow$ $F(x) = e^x(x-1) + \frac{1}{2}e^{-x^2} + k, \quad k \in \mathbb{R}.$ $F(\ln 1) = \ln \sqrt{e} \Leftrightarrow F(0) = \frac{1}{2}; F(0) = -\frac{1}{2} + k \Rightarrow k = 1 \Rightarrow F(x) = e^x(x-1) + \frac{1}{2}e^{-x^2} + 1.$	<p><b>3p</b></p> <p><b>2p</b></p>
----	---	-----------------------------------